Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

# Proposition de Correction - BTS Mathématiques - Session 2015

## EXERCICE 1 (11 points)

### Partie A : Étude du premier traitement

#### 1. Résolution d'une équation différentielle

**(a) Déterminer les solutions sur [0 ; +∞[ de l'équation (E0) : y' + 0,1y = 0.**

Pour résoudre l'équation homogène associée, on pose $y = e^{kt}$. On obtient :

$k\,e^{kt} + 0{,}1\,e^{kt} = 0 \Longrightarrow (k + 0{,}1)e^{kt} = 0$.

Donc, k = -0,1. La solution générale de l'équation homogène est :

$y_h(t) = Ce^{-0,1t}$, avec C une constante.

**(b) Vérifier que $h(t) = 2te^{0,1t}$ est une solution particulière de (E).**

Calculons la dérivée :

$h'(t) = 2e^{0,1t} + 0{,}2te^{0,1t}$.

Substituons dans l'équation (E) :

$h'(t) + 0{,}1h(t) = (2e^{0,1t} + 0{,}2te^{0,1t}) + 0{,}1(2te^{0,1t}) = 2e^{0,1t}$.

Donc, h(t) est bien une solution particulière.

**(c) Ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).**

La solution générale est :

$y(t) = Ce^{-0,1t} + 2te^{0,1t}$.

**(d) Déterminer la solution de (E) correspondant au problème posé.**

À t = 0, y(0) = 1 mg :

$1 = C + 0 \Longrightarrow C = 1$.

La solution est donc :

$y(t) = e^{-0,1t} + 2te^{0,1t}$.

#### 2. Étude d'une fonction

**(a) Interpréter graphiquement la limite de f en +∞.**

La limite de $f(t) = (2t + 1)e^{-0,1t}$ est 0, ce qui signifie que la fonction décroît vers 0.

**(b) Étudier le signe de f'(t) sur [0 ; +∞[.**

$f'(t) = (1{,}9 - 0{,}2t)e^{-0,1t}$. On cherche à savoir quand f'(t) = 0 :

$1{,}9 - 0{,}2t = 0 \Longrightarrow t = 9{,}5$.

f'(t) > 0 pour t < 9,5 et f'(t) < 0 pour t > 9,5.

**(ii) Dresser le tableau des variations de f sur [0 ; +∞[.**

f est croissante sur [0 ; 9,5[ et décroissante sur [9,5 ; +∞[.

### 3. Application

**(a) Temps pour que la quantité de principe actif soit maximale.**

La quantité est maximale à t = 9,5 heures.

**(b) Intervalle de temps où le médicament est efficace.**

Le médicament est efficace lorsque y(t) ≥ 5 mg. On résout l'équation :

$e^{-0,1t} + 2te^{0,1t} \geq 5$.

Il faut résoudre cette inéquation numériquement.

**(c) Déterminer la quantité moyenne de principe actif présente dans le sang entre 0 et 24 h.**

On utilise la formule :

$Q = (1/24) * \int_0^{24} f(t)\, dt = (1/24) * (210 - 690e^{-2,4})$.

Arrondi au dixième près.

## Partie B : Étude statistique du second traitement

### 1. Administrations répétées du médicament

La courbe qui représente le mieux l'évolution est celle qui montre une montée progressive avec des pics à chaque injection.

### 2. Administration continue du médicament

**(a) Compléter le tableau.**

Calcul des valeurs yi pour ti = 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24.

**(b) Déterminer l'équation de la droite d'ajustement.**

Utiliser la méthode des moindres carrés pour obtenir l'équation.

**(c) Argumenter l'affirmation du médecin.**

Si la quantité limite est de 36 mg, on montre que l'état stationnaire est atteint en moins de 72 heures.

# EXERCICE 2 (9 points)

## Partie A : Étiquetage

### 1. Calculer la probabilité que l'étiquette présente les deux défauts.

$p(A \cap D) = p(A) \times p(D) = 0,01 \times 0,03 = 0,0003$.

### 2. Calculer la probabilité qu'une étiquette ne présente aucun défaut.

$p(A \cup D) = p(A) + p(D) - p(A \cap D) = 0,01 + 0,03 - 0,0003 = 0,0397$.

p(aucun défaut) = 1 - p(A ∪ D) = 0,9603.

### Partie B : Étude de la contenance

**1. Probabilité pour qu'un flacon soit non conforme.**

Calculer l'aire sous la courbe normale entre 57,90 et 58,10.

**2. Valeur arrondie h telle que p(58 - h ≤ V ≤ 58 + h) = 0,95.**

Utiliser la table de la loi normale pour trouver h.

### Partie C : Test d'hypothèse

**1. Calculer la moyenne $\bar{v}$ et l'écart type s.**

Utiliser les classes pour trouver les valeurs centrales et appliquer la formule de la moyenne et de l'écart type.

**2. Construction du test**

**(a) Choisir l'intervalle pour effectuer le test.**

Utiliser l'intervalle J pour le test bilatéral.

**(b) Énoncer la règle de décision du test.**

Si la moyenne observée est dans l'intervalle, on accepte H0.

**3. Utilisation du test**

Comparer la moyenne observée avec l'intervalle de confiance pour décider.

## Conseils pour la préparation

1. Revoyez les équations différentielles et leur résolution.
2. Pratiquez les études de fonctions et les tableaux de variations.
3. Familiarisez-vous avec les probabilités et les tests d'hypothèse.
4. Utilisez des calculatrices pour les intégrations et les ajustements.
5. Lisez attentivement chaque question et identifiez ce qui est demandé.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.